

① Správne analyzuj

Kašciak a kol: Optimálne programovanie 1990

Sk: 100b

doz. 30b

pr. 70b

(Sk) Táka je podmienka optimálnosti.
(vyhlásenie prax.)

② Lineárne programovanie

Pr. 1.

max Z (max. funkcia zisku)

$$\max Z(x) = \frac{1}{2500}x_1 + 3000x_2 \quad (\text{účelová funkcia})$$

(UF)

počet str. h. $4x_1 + 3x_2 \leq 2000$ logická podmienka

množ. str. S1 $1x_1 + 4x_2 \leq 1000$

S2 $2x_2 + 1x_2 \leq 600$

log. podmienka $x_1, x_2 \geq 0$

Pr. 2

min náklad

$$K1 + K2$$

$$210 \cdot L1 \geq 240$$

$$\min m(x) = 240x_1 + 350x_2$$

$$2x_1 + 3x_2 + 1 \geq 210 \quad L1$$

$$3x_1 + 1,5x_2 \geq 240$$

$$4x_1 + 5x_2 \leq 900$$

$$x_1 \geq 75$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

① Správne analyzuj

Kašciak a kol: Optimálne programovanie 1990

Sk: 100b

doz. 30b

pr. 70b

(Sk) Táka je podmienka optimálnosti.
(vyhlásenie prax.)

② Lineárne programovanie

Pr. 1.

max Z (max. funkcia zisku)

$$\max Z(x) = \frac{1}{2500}x_1 + 3000x_2 \quad (\text{účelová funkcia})$$

(UF)

počet str. h. $4x_1 + 3x_2 \leq 2000$ logická podmienka

max. sum. $S_1 \quad 1x_1 + 4x_2 \leq 1000$

$S_2 \quad 2x_2 + 1x_2 \leq 600$

log. podmienka $x_1, x_2 \geq 0$

Pr. 2

min náklad

$K_1 + K_2$

$\min m(x) = 240x_1 + 350x_2$

$210 - L_1 \geq 240$
 $\underline{\underline{=}}$

$2x_1 + 3x_2 + 1 \geq 210 \quad L_1$

$3x_1 + 1,5x_2 \geq 240$

$4x_1 + 5x_2 \leq 900$

$x_1 \geq 75$

$x_1, x_2 \geq 0$

Dangerous - algar.

on - hodnota majet. náklad.

Cis - Acholony

$$a_{ij} = a_{ji}$$

, ak rad. je poznat u obliku
je to bolje 3 do 4

[Znači ovaj drugi deo]

~~2nd. oral~~ ~~ways do~~

Handwritten notes and a grid on lined paper. The grid contains numbers and symbols, with some cells highlighted in red. To the right of the grid, there are handwritten notes in red and black ink, including "B+1", "B-1", "B-2", "B-3", "B-4", "B-5", "B-6", "B-7", "B-8", "B-9", "B-10", "B-11", "B-12", "B-13", "B-14", "B-15", "B-16", "B-17", "B-18", "B-19", "B-20", "B-21", "B-22", "B-23", "B-24", "B-25", "B-26", "B-27", "B-28", "B-29", "B-30", "B-31", "B-32", "B-33", "B-34", "B-35", "B-36", "B-37", "B-38", "B-39", "B-40", "B-41", "B-42", "B-43", "B-44", "B-45", "B-46", "B-47", "B-48", "B-49", "B-50", "B-51", "B-52", "B-53", "B-54", "B-55", "B-56", "B-57", "B-58", "B-59", "B-60", "B-61", "B-62", "B-63", "B-64", "B-65", "B-66", "B-67", "B-68", "B-69", "B-70", "B-71", "B-72", "B-73", "B-74", "B-75", "B-76", "B-77", "B-78", "B-79", "B-80", "B-81", "B-82", "B-83", "B-84", "B-85", "B-86", "B-87", "B-88", "B-89", "B-90", "B-91", "B-92", "B-93", "B-94", "B-95", "B-96", "B-97", "B-98", "B-99", "B-100".

O je vředy na kůži na $u_z = 0$ vzd. majitel

Na 111 pojedynczo do Wg

synth. alkyl. wasser

maybr. cesta do
- μ_7 - μ_3 - μ_2 - μ_1

$$M_4 - M_3 - M_2 - M_1 - M_0 - M_{-1}$$
$$M_1 - M_2 - M_3 - M_4$$
$$\mu_1 - \mu_2 - \mu_3 - \mu_5$$

Sevt 14

20 km

opt. riešenie - max úlohy - posledný bod prieniku
 priamočiar sa gradientu, ktorej funkcie
 + smer smerotného vektora s maximom
 prípustných riešení

minim úlohy - prvý bod prieniku

$$\begin{aligned} x_1 + 4x_2 &= 1000 \quad | \cdot (-2) \\ 2x_1 + x_2 &= 600 \end{aligned}$$

leži na 2 a 3 osi.
 2 prv. & 2 nenulových

$$\begin{aligned} -2x_1 - 8x_2 &= -2000 \\ 2x_1 + x_2 &= 600 \end{aligned}$$

$$-7x_2 = -1400$$

$$x_2 = 200$$

$$-2x_1 - 8x_2 = -2000 = 2x_1 + x_2 = 600$$

$$2x_1 + x_2 = 600$$

$$2x_1 + 200 = 600$$

$$2x_1 = 400$$

$$x_1 = 200$$

$$\text{max. výška} \quad 2500 \cdot 200 + 3000 \cdot 200$$

$$= 1.100.000$$

$$p_1 p_2 + p_2 p_1 - p_2$$

počet obs. políček
 $m + n - 1$

problém degenerace
 počet obs. polí je menší
 než ideální
 počet obs. polí je menší ako $m + n - 1$
 odstránenie 0-metóda, (metóda bazických
 nul)
 plynulejší
 lepšia m. b. k null

Pr. 2.

totálny dodávateľ je viac ako odber.

	Q_1	Q_2	Q_3	Q_4	Q_F	a_j	bazická nula
D_1	0	5	1	0	0	200	
D_2	1	5	1	200	0	500	
D_3	0	300	1	0	7	300	0 baz. nula
b_j	200	300	200	200	100	1000	max. hod. sú najvyššie počty

	Q_1	Q_2	Q_3	Q_4
1	5	1	0	0
2	1	1	0	5
3	5	2	7	1
4	3	1	1	0

optimalne
 $m + n - 1$
 $3 + 5 - 1 = 7$
 my máme 5
 alebo je degenerácia

celková výťažnosť:
 $1 \times 200 + 1 \times 100 + 6 \times 200 + 1 \times 100 + 300 \times 5 = 3200$

metóda bazických
 nul
 2 obs. políčka, budeme
 mať 2 nuly

potenciál (najviac pozit. potenciály)

$$u_i + v_j \leq c_{ij}$$

$$D_1 \leq 4 \quad D_2 \leq 4 \quad D_3 \leq 2$$

7) uzavretý cyklus

8) nájdeme minimum po uzavretého cyklu

-35

9) nájdeme do bodu (2)

	D_1	D_2	D_3	a_i	
D_1	0	2	75	3	200
D_2	2	0	225	1	225
D_3	0	2	0	5	160
D_4	415	2	5	4	415

keďže
cyklus
nedostal

h_j 450 300 250 1000 215 2550

0 - sa nemapuje D_3 a D_4 praxne políčka
pretože majú hodnoty

	D_1	D_2	D_3	a_i
D_1	0	2	75	3
D_2	2	0	225	1
D_3	1	2	0	5
D_4	415	2	5	4
	450	300	250	1000

Opt. riešenie
popr. náklady
budu najnižšie

prípravné náklady

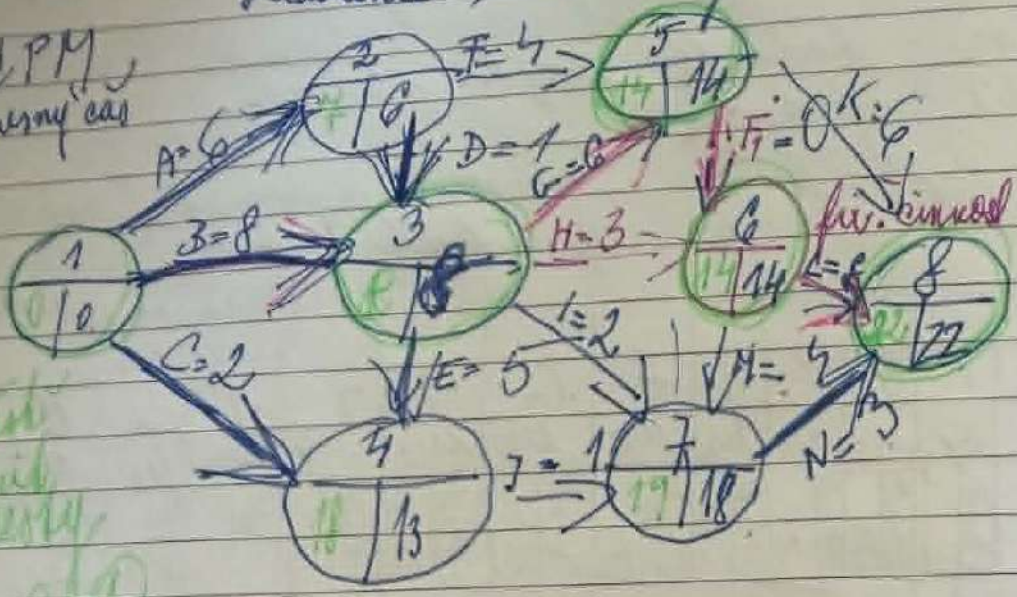
$$125 \times 2 + 75 \times 3 + 225 \times 1 + 160 \times 4 + 325 \times 1 + 90$$

$$= 2025$$

Sev

Stádanie krit. cesty, reči

CPM
presný čas



maxim.
krit.
cesta

- 0=0 (1)
- 8=8 (3)
- 14=14 (5)
- 14=14 (6)
- 22=22 (8)

krit cesta B, G, L (22)
8/6/8=22

pod - vynechanie, realne
nebudeme vykonavat

normálny materiál a práce

$$U_i = 0$$

pre oby. počítání dopočítáme hodnoty $u_i + v_j = c_{ij}$
stanovíme řecký hodnoty $u_i + v_j$

$$u_i + v_j \leq c_{ij}$$

najdeme uzavř. cyklus

		O_1 2	O_2 3	O_3 3	
D_1	0	100 ²	100 ³		200
D_2	-2	9	300 ¹		300
D_3	0	<u>0</u> 2	5	150 ³	150
D_4	-1	250 ¹	2	7	250
D_5	-3	-1	0	0	100
Σ		350	400	250	1000

$$w \begin{cases} D_1 = 100 \\ D_2 = 300 \\ D_3 = - \end{cases}$$

$$\min \text{ price. } 100 \times 2 + 100 \times 3 + 300 \times 1 + 150 \times 3 + 250 \times 1 + 0 \cdot 100 =$$

4.4. мінер

metoda potencionál
rovnováhy aproxc. metodou

773-1

6

	q_1	q_2	q_3	q_{00}
m	4	3	6	
D_1	75	125	6	200
D_2	225	4	6	225
D_3	35	1	5	105
D_4	45	3	7	415
q_j	450	300	260	1000

údaje je
symetrické

hod. ~~maximálne~~

4) Dif. 2. por. najväčšieho pre m , dod. a odo

1	0	0	0
0	1	0	0
0	0	1	0
0	0	0	1

1	5	3	0
5	2	3	0
3	2	1	0
0	0	0	0

2) najväčší dif. vyberáme najvyššiu
5) najväčší kde je najväčší dif.
vyberáme najvyšší 1

prepr. náhl. $75 \cdot 3 + 125 \cdot 6 + 325 \cdot 1 + 55 \cdot 2 + 125 \cdot 9$
 $+ 415 \cdot 1 = 1700$

- 1) VDH (HSK) rovnováha aproxc. metódou + ser. a p.
- 2) $u_i = 0$
- 3) pre obradenie políčka dopočítame hodnoty
 $u_i + v_j = c_{ij} \Rightarrow u_i = c_{ij} - v_j$ i $v_j = c_{ij} - u_i$
- 4) skontrolujeme hodnoty veľkých neobs. políčka
 $u_i + v_j$
- 5) test optimálnosti $u_i + v_j \leq c_{ij}$
- 6) ak je OK je koniec, ak nie nachádzame

Sev

Paradorný problém

Pr. 4 št. 4 miest prac. stl

$C = \begin{pmatrix} 7 & 10 & 6 & 4 \\ 3 & 6 & 8 & 9 \\ 8 & 5 & 7 & 8 \\ 10 & 6 & 9 & 8 \end{pmatrix} \geq$ počet štud.

počet bodov

nájem strategických bodov

$C' = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 4 & 6 \\ 2 & 4 & 2 & 1 \\ 2 & 5 & 3 & 2 \\ 0 & 2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$

H_1, H_2, H_3, H_4

a_i

degener. 3 št.

$4 \times 4 + 4 \text{ št} - 1 = 7$

4 máme obsad.

polička =

= degenerácia

3 št.

0 = hod. nula najniž. (nepočítava ^{deľenie} štvorok)

lexikograf. pravidlo 4, 6, 7, 4, 2, 5, 2

najnižší index 2+3=5

miskali sme opt. ri 3 1 umiest. na miesto 2

Seri 5 2 pri -11 4

5 3 10 3

5 7 1

Opakovanie

Úloha lineárneho programovania

Štúdia

2 prev. chem. firmy, 12 a 15 tony, kde 1 tona

sa predáva za 200€ a 1000€

Pri tých výrobe je jedným faktorom el. energia
kt. sa pri výrobe 1 tony Z1 spotrebuje 40 kWh a
pri Z2 sa spotrebuje 60 kWh. Podnik môže
pri najväčšom výstupe spotrebovať denne max.
120 kWh el. energie. Ďalším obmedzujúcim faktorom
je priestor na sklad, kt. je k dispozícii v množstve
300 ton. Spoločnosť má sklad na výrobe
1 tony Z1 je 20 ton a výrobe 1 tony Z2 je 15 t.
Váhom pánov treba denne v podnikoch
produktov Z1 a Z2, aby bol výnos z
predaja maximálny?

$$\max(x) = 200x_1 + 1000x_2$$

lineárna zloz.

$$40x_1 + 60x_2 \leq 120$$

$$20x_1 + 15x_2 \leq 300$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

} úlohu prev. na úl. lin. progr.

Symplex metódy

opt. parametrická zloz. el.

$$\max(x) = 200x_1 + 1000x_2$$

$$40x_1 + 60x_2 + S_1 = 120$$

$$20x_1 + 15x_2 + S_2 = 300$$

$$x_1, x_2, S_1, S_2 \geq 0$$

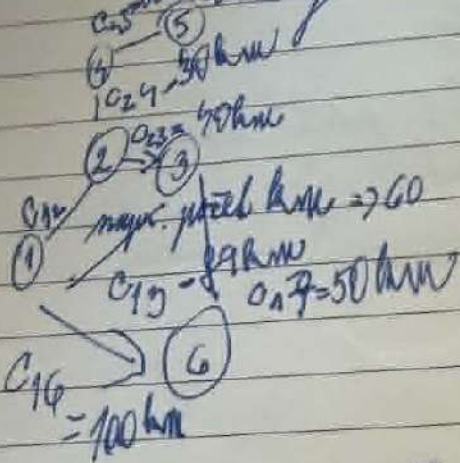
PERT - stochastični nepopravni
 hodnotni odhad vremena
 a_{ij} - optim. odhad vremena
 b_{ij} - pesim. ———
 m_{ij} - najverovatnije ———

$$d_{ij} = \frac{a_{ij} + 4m_{ij} + b_{ij}}{6} \quad \text{ili} \quad \frac{4 + 4 \cdot 6 + 10}{6}$$

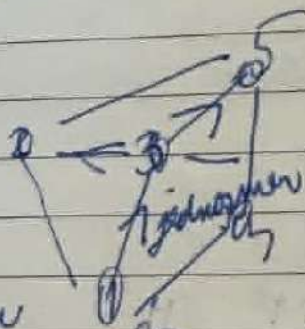
čvor	i	j	d_{ij}	prig. npr. 0	naj. prig. 0	prig. 0	prig. 0	prig. 0
A	1	2	6,33	0	0	0	0	0
B	1	4	2	0	2	32,5	32,5	32,5
C	1	3	17	0	17	0	17	17
D	2	8	6	6,33	12,33	41	47	32,7
E	2	5	8,33	6,33	14,6	32,5	42	27,53
F	3	7	4	2	6	32,5	32,5	32,5
G	3	6	10,83	17	27,83	47	27,8	0
H	3	8	11	17	28	36	47	19
I	5	1	5	14,6	19,6	27,5	47	27,3
J	6	7	9	27,83	32,83	47	32,5	17
K	6	8	12,83	27,83	47	47	47	17
L	7	8	8,5	32,83	45,3	51,5	47	17,7
Fi	2	3	0	6,33	6,33	17	17	10,7

uključujući 7 čvor - ind. 8
 kraj ceste C, G, K

modely sieť analyzy



neorient. graf



orientovaný graf
sieť - priradenie smerovania
1, 2, 3, ...

	0	60	89	M	M	100
	60	0	40	40	M	M
	89	40	0	M	125	50
C	M	40	M	0	80	M
	M	M	125	80	0	M
	100	M	50	M	M	0

algoritmus = GPC práca

$$d_{ij} = \begin{cases} c_{ij} \\ 0 & \text{ak } i=j \\ +\infty \end{cases}$$

$M = \infty$

12. podielu θ aby
 minimum
 1000×2

		C_j			
		200	1000	0	0
B	C_j	x_1	x_2	S_1	S_2
S_1	0	40	20	1	0
S_2	0	20	15	0	1
$C_j - M_j$		200	1000	0	0
x_1	1000	1/3	1	1/3	0
S_2	0	0	0	-1/3	1
$C_j - M_j$		0	0	-50	0

b 120
 $120 - 40 = 80$
 $80 / 2 = 40$
 $30 - 20 = 10$
 $10 / 15 = 2/3$
 $0.20 = 200$
 $(0.120 + 0.300)$
 200
 $200 / 15 = 13.33$

liaci riadok =
 2000
 1000x2 + 0x270
 2000

optim. riešenie

veľký had $C_j - M_j \leq 0$ max.

$C_j - M_j \geq 0$ min.

$$M_j = C_B^{-1} \cdot X_j$$

$$0 - (1000 \cdot 1/30)$$

$$\begin{aligned} X_1^* &= (0; 2) \\ S_1^* &= (0; 270) \\ V^* &= 2000 \end{aligned}$$

1) prvot. prviny model
ok. mat. model
algorithmus

2) aka' je podmienka pre u'la
 $c_j - t_{ij} \geq 0$

pre dopravnú úlohu ..
 $u_i + t_{ij} \leq c_{ij}$

3) aka' podmienka je porušena?
 $m + n - 1 \geq D - O_1$

$$m + n - 1$$

$\lfloor a_{ij} \rfloor$ problém, .
 $< m + n - 1$ degenerácia
počet obs. polí v tabuľke ak je
menší
odstránenie metódou bán.

$\oplus \lfloor c_{ij} \rfloor$ najmenšie

$$d_{ij} = a_{ij} + \frac{u_i + v_j}{\phi} + b_{ij}$$

$$x_1 = 200 + x_2 = 200$$

$$x^* = (200; 200)$$

$$s^* = (600; 0; 0)$$

$$s_1, s_2, s_3$$

$$Z^* = 1.100.000 \quad \text{max. hod. zisku}$$

1) úloh. typ. a brane pozorúť do tvaru rovnice
2) overíme podmienky optimálnosti
ak nie sú opti. robíme vstup. premenne,
následne výstupnú interakciu, kde
tráame vstupnú premenne

ak je optimálne, algoritmus končí, ak nie
je robíme ďalšiu úroveň ak nenajdeme
opt. riešenie

Dvojfázový simplexový algoritmus

Príklad

1) úloha s špec. úlohy pri riešení ÚLP

neexistuje riešenie, ale identifikovali problém

2) úloha s neobr. mn. príp. r.

12 premenných $\rightarrow$ nek. riešení, ale ident.
problém

úloha s cel. riešením opt. riešením je celá
úroveň

- namiesto 1 riešenia viac riešení

do čí matice (např. ohlady, materiálu)
 rozhodnutí plynoucí z proměnných x_1, x_2, x_3

BAZA	C_j	2500	3000	0	0	0	b - vektor pravé strany
	C_B	x_1	x_2	S_1	S_2	S_3	
S_1	0	4	3	1	0	0	2000
S_2	0	1	2	0	1	0	1000
S_3	0	2	1	0	0	1	600
$C_j - Z_j$		2500	3000	0	0	0	
x_1	0	1	2	0	0	0	250
x_2	3000	0	1	0	1	0	250
S_3	0	0	0	0	0	1	350
$C_j - Z_j$		0	0	0	0	0	
S_1	0	0	0	1	0	0	150
x_2	3000	0	1	0	1	0	250
x_1	2500	1	0	0	0	0	250
$C_j - Z_j$		0	0	0	0	0	

$Z_1 = (0, 0) \times (4, 3) = 0$
 $Z_2 = (0, 0) \times (1, 2) = 0$
 $Z_3 = (0, 0) \times (2, 1) = 0$
 $C_1 - Z_1 = 2500 - 0 = 2500$
 $C_2 - Z_2 = 3000 - 0 = 3000$
 $C_3 - Z_3 = 0 - 0 = 0$

je tato optimalní?

Ano je optimalní
 všechny čísla jsou ≤ 0

max $C_j - Z_j \leq 0$
 min $C_j - Z_j \geq 0$

min podíl vektoru
 pravé strany

$$C_1 - Z_1 = 2500 - (0 \cdot \frac{1}{4} + 3000 \cdot \frac{1}{2}) = 1750$$

$$C_2 = 3000 - (0 \cdot 0 + 3000 \cdot 1 + 0 \cdot 0) = 0$$

$$C_3 = 0 - (0 \cdot 1 + 3000 \cdot 0 + 0 \cdot 0) = 0$$

nová hodnota je
 hodnota - přechod
 do rovin
 x pravé strany
 v rovině

$$x_1 = 4 - \frac{1}{2} \cdot 3 = 4 - \frac{3}{2} = \frac{5}{2}$$

$$x_2 = 3$$

Úloha s degenerovaným kĺbom
- v 1 kĺbe druhú z kĺbanisenia

prvok skĺbca pravej strany = 0
- kĺbka máme hodnotu 0
nie identifikujeme
sk. problém nie je, ale matematický

Do 3^o bežné problémy
Dopravné úlohy - minimalizácia nákladov, cieľ
soddržať riadkovú
edbu stĺpcov

Prí metoda potenciál
slabnosti:

$$m + n - 1$$

Stĺpcov Rdb

metoda per. úlohy
Dopravného
úlohy - min. nákladov
úlohy je vybilancovaná

Prí:

	Q_1	Q_2	Q_3	Q_4
P_1	200	0	0	200
P_2	225	0	0	225
P_3	25	155	0	180
P_4	0	125	250	415
P_5	450	300	250	1000

by
j-ty stĺpec

$$450 - 200 = 250, \text{ ale max } 225$$

$$450 - 200 - 225 = 25 < 15$$

veľkosti prepr.
množstva
cif-matica

popustenie

hodnoty desiatich
premennej

5305 náklad

Simplex a metoda

$$\max L(x) = 2500x_1 + 4300x_2 + 0s_1 + 0s_2 + 0s_3$$

relaxna rovnice

$$4x_1 + 3x_2 + s_1 + s_2 + s_3 = 2000$$

dopl.

proměnná (zrychl. min. pro hodinu)

$$x_1 + 4x_2 + s_1 + s_2 + s_3 = 1000$$

$$2x_1 + x_2 + s_1 + s_2 + s_3 = 600$$

$$x_1, x_2, s_1, s_2, s_3 \geq 0$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$